



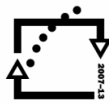
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



ZÁPADOČESKÁ
UNIVERZITA
V PLZNI

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt CZ.1.07/2.2.00/15.0383
Inovace studijního oboru Dopravní a manipulační technika
s ohledem na potřeby trhu práce

Mechanika vozidel

Část 1

Učební text k předmětu
KME/MV Mechanika vozidel

doc.Ing.Jaromír Švígler, CSc.

2013

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

KATEDRA MECHANIKY

Univerzitní 8, 306 14 Plzeň



**ZÁPADOČESKÁ
UNIVERZITA
V PLZNI**

MECHANIKA VOZIDEL

Jaromír Švígler

Plzeň, 2013

Obsah

Předmluva.....	5
Úvod.....	6
Hlavní použitá označení.....	7
1 Valení automobilového kola.....	11
1.1 Základní pojmy.....	11
1.2 Kinematika valení kola.....	14
1.2.1 Geometrické parametry kola.....	14
1.2.2 Základní případy valení kola.....	18
1.3 Silové poměry při rovnoměrném valení kola.....	20
1.4 Pohybové stavy kola, tok výkonů.....	25
1.5 Silové poměry při nerovnoměrném valení kola.....	28
2 Valení pneumatiky na tuhém podkladu.....	30
2.1 Valení bez působení boční síly.....	30
2.1.1 Silové poměry v dotykové ploše.....	30
2.1.2 Soudržnost pneumatiky s vozovkou.....	30
2.1.2.1 Součinitelé soudržnosti.....	34
2.2 Valení při působení boční síly.....	41
2.2.1 Ustálené stavy valení.....	44
2.2.1.1 Valení nenaklopené pneumatiky po přímé dráze.....	44
2.2.1.2 Valení naklopené pneumatiky po kruhové dráze.....	47
2.2.1.3 Valení pneumatiky při působení boční a podélné síly.....	49
2.2.1.4 Mezní součinitelé soudržnosti.....	51
2.2.1.5 Pneumatika na mezi bočního smyku.....	52
2.2.2 Neustálené stavy valení.....	54
3 Statická analýza vozidlových mechanismů.....	57
3.1 Vektorová analýza.....	57
3.2 Maticová analýza.....	60
4 Kinematická analýza vozidlových mechanismů.....	68
4.1 Vektorová analýza.....	70
4.1.1 Řešení univerzálního Hookeova kloubu.....	70
4.1.2 Řešení sférických mechanismů.....	74
4.2 Maticová analýza.....	78
4.2.1 Rychlost bodu tělesa.....	82
4.2.2 Zrychlení bodu tělesa.....	83
5 Kinematická syntéza vozidlových mechanismů.....	96
5.1 Blochova metoda komplexních čísel.....	96
5.2 Maticová metoda postupných oprav.....	99
5.2.1 Maticová metoda určení polohy mechanismu.....	99
5.2.2 Matice oprav.....	100
5.2.3 Syntéza mechanismu.....	101
5.2.3.1 Základní rovnice syntézy.....	102
5.2.3.2 Určení rozměrů mechanismu.....	103
5.3 Kinetická metoda.....	103
5.3.1 Středů křivosti trajektorií a obálek.....	104
5.3.2 Závěsná zařízení kol automobilů.....	107
5.3.2.1 Nezávislá zavěšení.....	108
5.3.2.2 Závislá zavěšení.....	110
5.3.2.3 Rejdivá osa.....	111
5.3.3 Syntéza zavěšení předního kola automobilu.....	116
5.3.4 Syntéza mechanismu řízení.....	121
Literatura.....	126

Předmluva

Tato skripta jsou určena pro posluchače předmětu Mechanika vozidel, který se přednáší na katedře mechaniky na Fakultě aplikovaných věd na Západočeské univerzitě v Plzni. Cílem skript je dát studentům teoretický základ použitelný jak v silničních vozidlech, tak i ve vozidlech železničních a vytvořit tak potřebný předpoklad pro porozumění principům a navazujícím postupům, které se při konstruování vozidel používají a dále poskytnout nezbytně nutné množství znalostí pro další samostatné hlubší studium a zkoumání jevů, které se v konstrukci a provozu vozidel vyskytují. V daném rozsahu skript nebylo možné zachytit celý široký teoretický základ tak složitých mechanismů, jakými vozidla nepochybně jsou a proto bylo nutné některé, byť i významné části teoretického základu vypustit, případně silně redukovat.

Budu vděčen za jakékoliv připomínky k předkládanému učebnímu textu.

Autor

Úvod

Obsah skript je rozdělen do 10 kapitol, ze kterých čtyři kapitoly 1, 2, 5, 7 jsou úzce zaměřeny na silniční vozidla, další čtyři kapitoly 3, 4, částečně 5, 6, mají obecný charakter a jsou věnované teorii soustav těles a mechanismům a dvě kapitoly 8, 9 jsou věnovány kolejovým vozidlům. Kapitola 10, která se zabývá dynamikou vozidel ve svislém směru, je společná pro vozidla silniční a kolejová. Důraz při výkladu látky v jednotlivých kapitolách je kladen na teoretický základ a na jeho přiblížení studentům formou aplikace na vozidlové, nebo jim blízké mechanismy. Měl by tak vzniknout základ pro použití v konstrukčních předmětech, které na teorii mohou navazovat, nebo se s ní prolínat.

Vektory jsou ve skriptech označovány tučnými písmeny a skalární veličiny písmeny s normální tloušťkou. Složky vektorů ve směru příslušných souřadnicových os jsou značeny, stejně jako skalární veličiny, normální tloušťkou. Pro studium skript se předpokládají znalosti odpovídající absolvování základních kurzů mechaniky pro studenty strojí fakulty ZČU v Plzni, tedy předměty Mechanika I. a II.

Hlavní použitá označení

1 Valení automobilového kola

α	úhel směrové úchylky kola
$R_o \equiv (\mathbf{i}_o, \mathbf{j}_o, \mathbf{k}_o)$	základní souřadnicový systém
$R_v \equiv (\mathbf{i}_v, \mathbf{j}_v, \mathbf{k}_v)$	souřadnicový systém vozidla
ω_k, v_k	kinematické veličiny kola
F_x	tečná obvodová síla
F_k	tečná hnací síla
F_z	normálová síla
O_f	odpor valení
f_v	součinitel odporu valení
δ	měrný skluz kola
μ_x, μ_k	součinitel obvodové a hnací síly
$\mu_v = \varphi$	součinitel adheze
$\mu_s = f$	součinitel podélného tření (součinitel soudržnosti skluzu)

2 Valení pneumatiky na tuhém podkladu

μ_{xi}	stacionární elementární součinitel soudržnosti
μ_{yi}	stacionární elementární součinitel příčné soudržnosti
μ_{si}	třecí elementární součinitel soudržnosti
u	směrová tuhost pneumatiky
η	pneumatický závlek
μ_{xv}	součinitel stacionární podélné soudržnosti
μ_{yv}	součinitel stacionární příčné soudržnosti
μ_x	součinitel soudržnosti valení (stacionární součinitel soudržnosti)
κ_x	součinitel posunutí obvodové síly F_x
κ_z	součinitel posunutí radiální reakce F_z
k_y	boční tuhost pneumatiky
k_z	radiální (vertikální) tuhost pneumatiky
ξ_z	vratná tuhost rotující pneumatiky kolem svislé osy

ξ_{zo}	vratná tuhost stojící pneumatiky kolem svislé osy
t_k, t_b	tečny ke střednici kostry a k běhounu pneumatiky v bodě náběhu pneumatiky na vozovku
σ	relaxační délka pneumatiky
σ^*	odvozená relaxační délka pneumatiky
F_{yi}	elementární boční síla v dotykové plošce
F_{zi}	elementární radiální síla v dotykové plošce
f_y	součinitel příčného tření
Δ_z	radiální deformace pneumatiky
Δ_y	boční deformace pneumatiky
Δ_{xi}, Δ_{yi}	podélné a boční deformace elementu pneumatiky
α	úhel směrové úchylky
$\alpha_{mez}^M, \alpha_{mez}^F$	mezne úhly směrové úchylky pro vratný moment pneumatiky M_z a pro boční sílu F_y
v	rychlost bodu hrany dotykové plošky při směrové úchylce α
k_r, ξ_{zr}	konstanty pro určení boční síly F_y a vratného momentu M_z při valení pneumatiky po kruhové dráze

3 Statická analýza vozidlových mechanismů

${}_R \mathbf{F} = [{}_R F_x, {}_R F_y, {}_R F_z]^T, {}_R \mathbf{M} = [{}_R M_x, {}_R M_y, {}_R M_z]^T$	vektory síly a momentu vyjádřené v maticovém tvaru v souřadnicovém systému R
$\mathbf{S}_{R_i R_j}(\psi)$	matice pootočení souřadnicového systému R_i vzhledem k systému R_j
\mathbf{I}	jednotková matice
${}_{R_i} \mathbf{r}_L$	polohový vektor bodu L v souřadnicovém systému R_i
${}_{R_i} \mathbf{L} [{}_{R_i} x_L, {}_{R_i} y_L, {}_{R_i} z_L]$	bod L určený v prostoru R_i svými souřadnicemi
${}_{R_j} \mathbf{r}_{O_i}$	polohový vektor počátku souřadnicového systému R_i vyjádřený v souřadnicovém systému R_j
${}_{R_j} \mathbf{r}_{O_i L}$	polohový vektor bodu L vzhledem k bodu O_i vyjádřený v prostoru R_j
$\tilde{\mathbf{T}}_{R_i R_j}$	transformační matice silových účinků F a M z prostoru (souřadnicového systému) R_i do prostoru R_j

$\mathbf{R}_{R_i R_j}$	matice paralelního posunutí síly \mathbf{F} z prostoru R_i do prostoru R_j
${}_{R_i} \tilde{\mathbf{F}}_{F,M} = [{}_{R_i} \mathbf{F}, {}_{R_i} \mathbf{M}]^T$	matice silových účinků \mathbf{F} a \mathbf{M} vyjádřených v prostoru R_i
$R_i \equiv (\mathbf{i}_i, \mathbf{j}_i, \mathbf{k}_i)$	prostor R_i určený souřadnicovým systémem s jednotkovými vektory $\mathbf{i}_i, \mathbf{j}_i, \mathbf{k}_i$
(\mathbf{F})	posunutý vektor síly
\mathbf{M}_{BA}	moment síly v bodě B k bodu A

4 Kinematická analýza vozidlových mechanismů

i	počet stupňů volnosti vázané mechanické soustavy
j	kinematická dvojice j -té třídy
σ	počet stupňů volnosti odebraných vazbou = počet neznámých silových účinků ve vazbě
$R \equiv (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$	základní, nehybný, souřadnicový systém
$R_\xi \equiv (\mathbf{i}_\xi, \mathbf{j}_\xi, \mathbf{k}_\xi)$	souřadnicový systém pevně spojený s tělesem při sférickém pohybu
$R_1 \equiv (\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1)$	souřadnicový systém vzniklý při sférickém pohybu ze systému R otočením kolem osy z o úhel precese ψ
$R_2 \equiv (\mathbf{i}_2, \mathbf{j}_2, \mathbf{k}_2)$	souřadnicový systém vzniklý při sférickém pohybu ze systému R_1 otočením kolem osy x_1 o úhel mutace ν
$R_j \equiv ({}_j \mathbf{e}_1, {}_j \mathbf{e}_2, {}_j \mathbf{e}_3)$	souřadnicový systém j -tého prostoru, stručně také nazývaný j -tý prostor, určený bází jednotkových vektorů ${}_j \mathbf{e}_i$
\mathbf{I}	jednotková matice
$\mathbf{S}_{R_i R_j}$	matice pootočení prostoru R_i vzhledem k prostoru R_j
${}_{R_i} \mathbf{r}_L$	polohový vektor bodu L v prostoru R_i
${}_{R_i} \mathbf{u}_L = \left\ {}_{R_i} x_L, {}_{R_i} y_L, {}_{R_i} z_L, 1 \right\ ^T$	polohový vektor bodu L vyjádřený v prostoru R_i
${}_{R_i} \mathbf{r}_L = \left\ {}_{R_i} x_L, {}_{R_i} y_L, {}_{R_i} z_L, 1 \right\ ^T$	polohový vektor bodu L vyjádřený v prostoru R_i rozšířenými (homogenními) souřadnicemi
$\mathbf{T}_{R_i R_j}$	transformační matice vyjadřující pohyb prostoru R_i vzhledem k prostoru R_j
${}_j \mathbf{e}_i$	jednotkový vektor i -té souřadnice prostoru R_j
$\mathbf{V}_{R_2 R_1}$	matice rychlosti prostoru R_2 vzhledem k prostoru R_1
$\boldsymbol{\Omega}_{R_2 R_1} \equiv \boldsymbol{\Omega}_{R_{21}}$	matice úhlové rychlosti prostoru R_2 vzhledem k prostoru R_1
$\mathbf{A}_{R_2 R_1}$	matice zrychlení prostoru R_2 vzhledem k prostoru R_1
$\mathbf{J}_{R_2 R_1} \equiv \mathbf{J}_{R_1}$	matice úhlového zrychlení prostoru R_2 vzhledem k prostoru R_1
$\tilde{\mathbf{A}}_{R_1 R_2}$	matice úplného zrychlení prostoru R_2 vzhledem k prostoru R_1
x, y	rovina určená souřadnicovými osami x, y

5 Kinematická Syntéza vozidlových mechanismů

Blochova metoda komplexních čísel

- \mathbf{e} jednotkový vektor, $e=|\mathbf{e}|=1$
 i imaginární jednotka v Gaussově rovině komplexních čísel
 $\tilde{\mathbf{a}} = a e^{i\varphi}$ komplexní tvar vektoru a otočného o úhel φ

Maticová metoda určení polohy mechanismu

- $\mathbf{T}_{R_b R_a} = \mathbf{T}_{ba}$ transformační matice mezi členy b , a , respektive mezi prostory R_b, R_a , kde $a \in R_a, b \in R_b$
 $\tilde{\mathbf{T}}_{R_b R_a} = \tilde{\mathbf{T}}_{ba}$ matice opravená, která udává změnu polohy členu b způsobenou změnou souřadnic polohy a a změnou rozměrů. Při syntéze se uplatní jenom změna rozměrů
 $\prod_i^N \mathbf{T}_{R_{bi} R_{ai}}$ součin transformačních matic mezi prostory $R_{bi}, R_{ai}, i=1 \div N$
 ${}_a \mathbf{e}_i, {}_b \mathbf{e}_j$ $a=1 \div n, b=1 \div m, i, j=1 \div 3$, jednotkové vektory souřadnicových bází prostorů R_a, R_b
 ${}_{R_a} \mathbf{r}_L$ polohový vektor bodu L vyjádřený v souřadnicovém systému, prostoru, R_a
 $O_{b'b}$ matice oprav mezi členy b', b , která udává jak změnu polohy členu b' způsobenou změnou souřadnic tak i změnu rozměrů vzhledem ke členu b . Při syntéze se uplatní jenom změna rozměrů
 $\mathbf{S}_{R_i R_j}$ matice protočení prostoru R_i vzhledem k prostoru R_j
 q_j zobecněný parametr souřadnic polohy a rozměrů
 Δq_j změna zobecněného parametru souřadnic polohy a rozměrů
 q_{jo} nezávislý zobecněný parametr
 $q_{jo}(t)$ nezávislý zobecněný parametr s předepsaným průběhem
 $\rho_p, p=1 \div l$ zobecněný parametr geometrických rozměrů mechanismu
 $\Delta \rho_p, p=1 \div l$ změna nebo oprava zobecněného parametru geometrických rozměrů mechanismu

Syntéza zavěšení předního kola automobilu

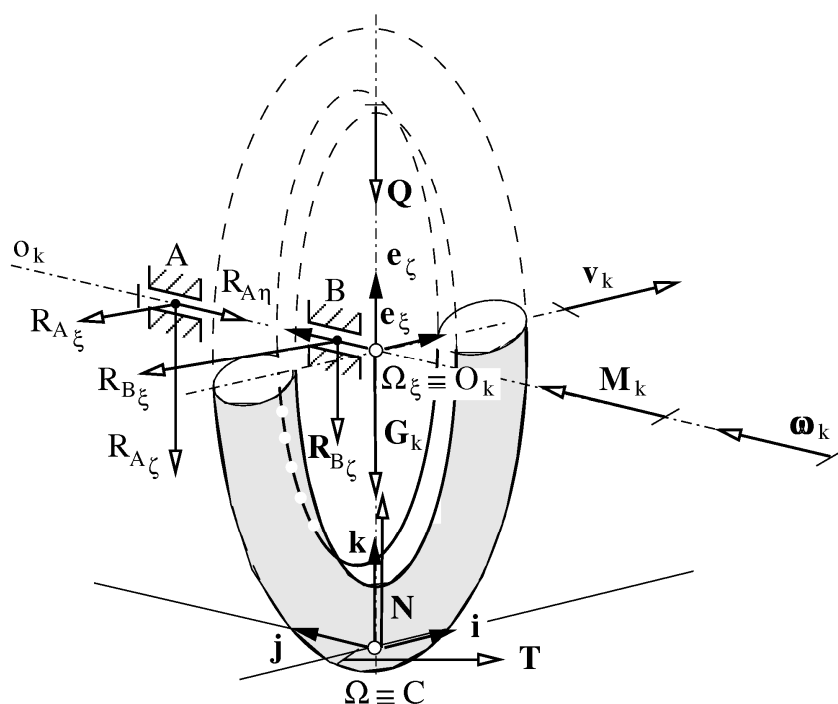
- q_i zobecněná souřadnice polohy závěsného mechanismu nezávisle zavěšeného předního kola
 Δq_i změna funkční hodnoty zobecněné souřadnice
 $R \equiv (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ souřadnicový systém ve středu S posunutého kola
 $\frac{d \Delta q_i}{d z_s} = \Delta q'_i$ derivace změny zobecněné souřadnice

$\kappa_{i1} = \Delta q'_{iO}, \kappa_{i2} = \Delta q''_{iO}$ derivace změny zobecněné souřadnice v bodě rozvoje do McLaurinovy řady

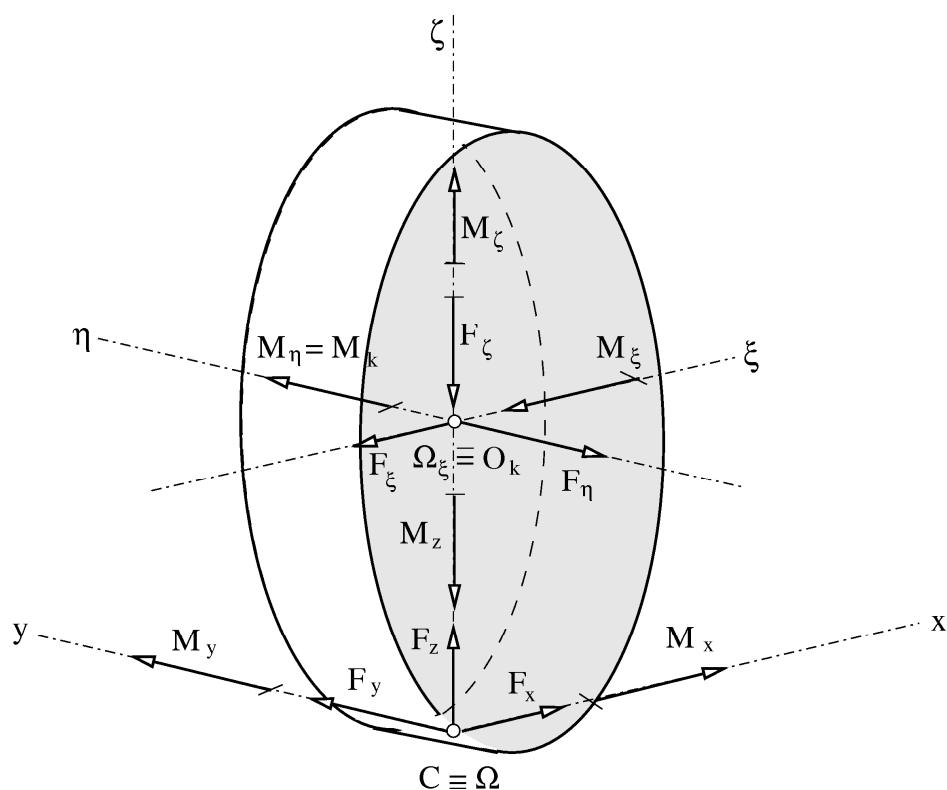
Syntéza mechanismu řízení

φ požadované natočení kola
 $\tilde{\varphi}$ natočení kola realizované řídicím mechanismem
 $w(\varphi_m)$ váhový koeficient, kterým připsujeme odchylkám reálných konstrukčních parametrů od požadovaných hodnot, různý význam
 $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(l_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ $i = 1 \div 7$ je polohový vektor členu mechanismu řízení určený svojí velikostí l_i a směrovými úhly $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$
 \mathbf{e}_{10} jednotkový vektor hlavní páky řízení v poloze pro přímou jízdu
 \mathbf{e}_1 jednotkový vektor hlavní páky řízení v poloze natočené o úhel φ_m
 \mathbf{O} jednotkový vektor osy rejdového čepu
 \mathbf{e}_{30} jednotkový vektor ramene řízení v poloze pro přímou jízdu
 \mathbf{e}_3 jednotkový vektor ramene řízení v natočené poloze

A , B v karoserii vozidla, kroutící moment M_k přenášený na kolo a reakční síly N , T v dotykové ploše, které obecně tvoří vektorový kříž. Protože uvažujeme rovnoměrný pohyb kola, nejsou na obrázku uvedeny setrvačné silové účinky. Pro snadnější psaní podmínek



Obr. 2 Silové účinky na hnacím kole



Obr. 3 Složky silových účinků v souřadnicových systémech kola a dotykového bodu

Silové účinky v místě kontaktu pneumatiky s podložkou:

- F_x obvodová síla
- F_y boční síla (odstředivá síla, boční vítr)
- F_z radiální síla
- M_x klopný moment
- M_y obvodový moment
- M_z vratný moment (při působení boční síly)

Silové účinky ve středu kola:

- F_ξ dopředná síla
- F_η axiální síla
- F_ζ svislá, zátěžná síla
- M_ξ klopný moment
- M_ζ natáčecí moment
- M_k kroutící moment

Obr. 3 Složky silových účinků v souřadnicových systémech kola a dotykové plošky

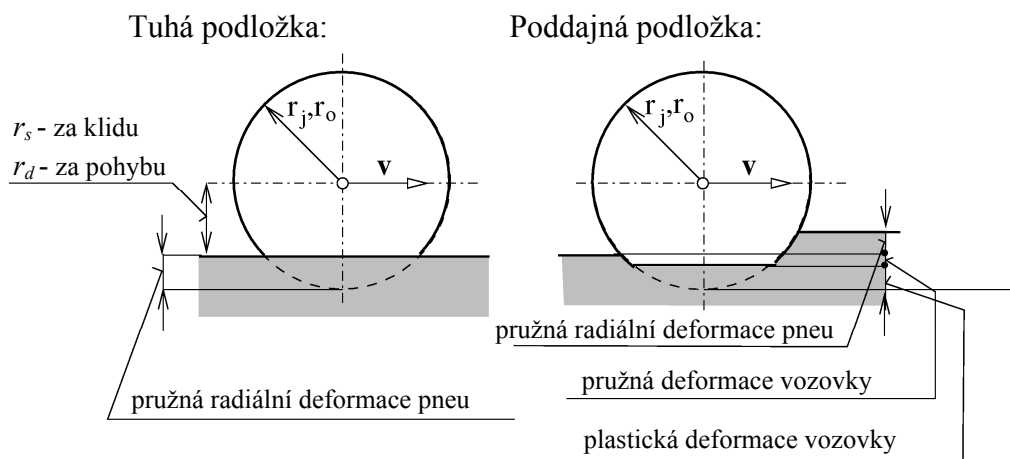
rovnováhy a provádění následných výpočtů je výhodné vyjádřit silové účinky, akční i reakční, jejich složkami ve zvolených souřadnicových systémech tak, jak je ukázáno na obr. 3, kde ve středu kola $O_k \equiv \Omega_\xi$ působí síly F_ξ, F_η, F_ζ a momenty M_ξ, M_η, M_ζ , které reprezentují silové účinky působící z vozidla na kolo, případně z kola na vozidlo. Hodnota kroutícího momentu M_k určuje pohybové stavy kola. Pro $M_k=0$ je kolo vlečené, pro $M_k > 0 \wedge \text{sgn } M_k = \text{sgn } \omega_k$ je kolo v hnacím režimu jízdy a pro kolo v brzdícím stavu je $M_k < 0 \wedge \text{sgn } M_k \neq \text{sgn } \omega_k$. V dotykové plošce, kterou jsme nyní nahradili dotykovým bodem $C \equiv \Omega$, působí síly F_x, F_y, F_z a momenty M_x, M_y, M_z , které představují reakční silové účinky působící z podložky na kolo.

1.2 Kinematika valení kola

Při studiu valení automobilového kola po podložce budeme uvažovat, stejně jako v základním kurzu mechaniky, že střední rovina kola, která je kolmá k podložce, je totožná s rovinou xz , uvedenou v horní části obr. 1 a pohybový stav kola je určen posuvným pohybem středu kola s kinematickými veličinami v_k, a_k a rotačním pohybem kolem osy kola o_k s kinematickými veličinami ω_k, α_k . Dále předpokládáme, že všechny silové účinky působí v této střední rovině a že vratné, i klopné momenty jsou nulové.

1.2.1 Geometrické parametry kola

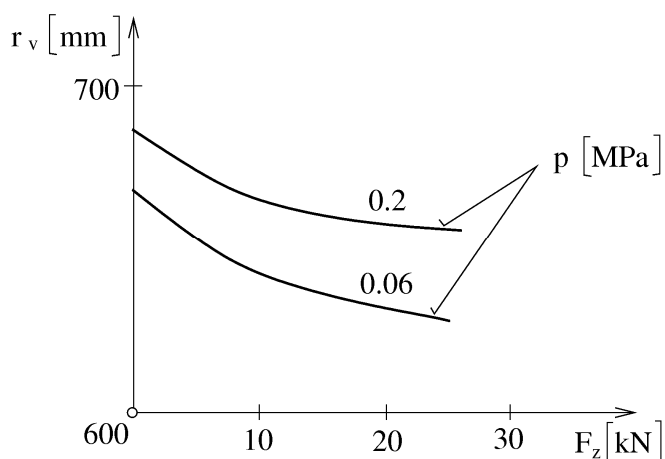
Základním geometrickým parametrem kola je jeho poloměr. Protože kolo sestává z tuhého disku a z poddajné pneumatiky, zavádíme následující poloměry, obr. 4, které nám pomohou vyjádřit jednotlivé pohybové stavy kola, případně i některé vlastnosti kola:



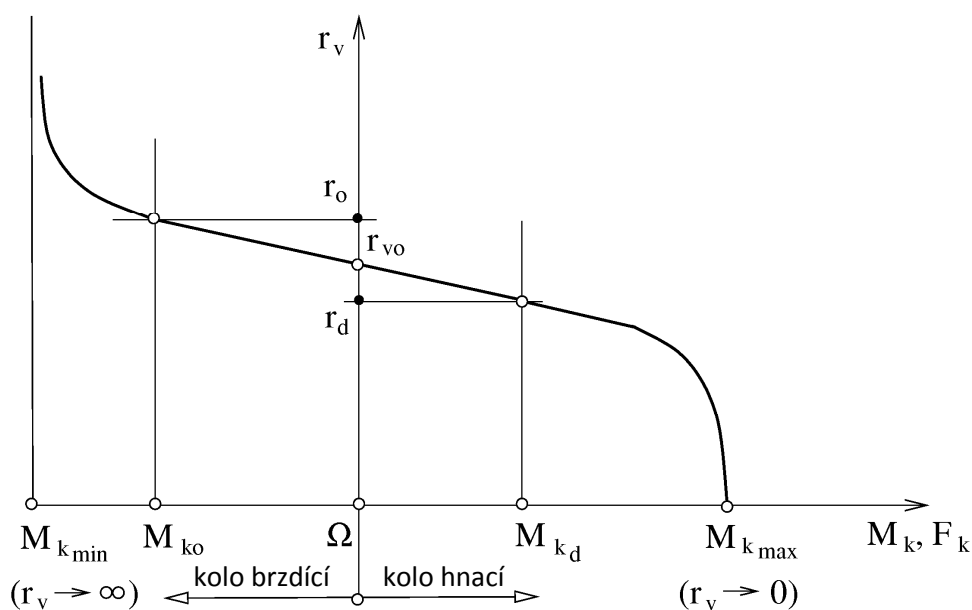
Obr. 4 Specifikace poloměrů používaných u kola v závislosti na deformaci pneumatiky a podložky

- r_j ... jmenovitý poloměr: je to poloměr nezatíženého nerotujícího kola při jmenovitém huštění (normy, katalogy výrobků).
- r_o ... volný poloměr: je to poloměr nezatíženého kola s vlivem výrobních odchylek, opotřebení, odstředivé síly při rotaci a změn tlaku huštěním.
- r_s, r_d ... statický, dynamický poloměr: je to provozní poloměr zatíženého kola daný vzdáleností středu kola od roviny podložky při statickém, r_s , nebo dynamickém, r_d , stavu, který je závislý na radiálním zatížení kola F_ζ , $F_\zeta \uparrow \Rightarrow r_s, r_d \downarrow$ a na tlaku huštění p_k . Dynamický poloměr je navíc ještě závislý na rychlosti, $v_k \uparrow \Rightarrow r_d \uparrow$. Pro osobní automobily je orientačně $r_d / r_o \doteq 0,94$ u diagonálních pneumatik a $r_d / r_o \doteq 0,92$ u radiálních pneumatik.
- r_{vo} ... poloměr vlečeného kola: je to valivý poloměr vlečeného kola, kdy na kolo působí dopředná síla rovná velikosti valivého odporu.
- r_v ... valivý poloměr: je to poloměr myšleného kola, které se valí beze skluzu, tedy splňuje kinematickou podmínku valení $v_k = \omega_k r_v$, takže je $r_v = v_k / \omega_k$ nebo $r_v = s / 2\pi v_v$, kde s je dráha středu kola. Je to poloměr hybné polodie, nebo jinak řečeno, je to vzdálenost středu kola od pólu pohybu. Jedná se o veličinu kinematickou, nikoliv geometrickou. Poloměr valení závisí na řadě faktorů, jako je deformace pneumatiky, vyvolaná radiálním zatížením kola F_z a tlakem p , rychlost v_k a moment M_k přenášený na kolo, případně tečná

reakční síla F_x . Závislost poloměru r_v na deformaci pneumatiky, vyvolané radiální silou F_z a tlakem v pneumatice p , je ukázána na obr. 5. U diagonálních pneumatik je tato závislost výrazně větší než u pneumatik radiálních. Valivý poloměr r_v je rovněž závislý na přenášeném kroutícím momentu M_k , nebo na tečné síle F_k tímto momentem vyvolané a na rychlosti kola v_k .



Obr. 5 Závislost r_v na radiální síle F_z a tlaku p

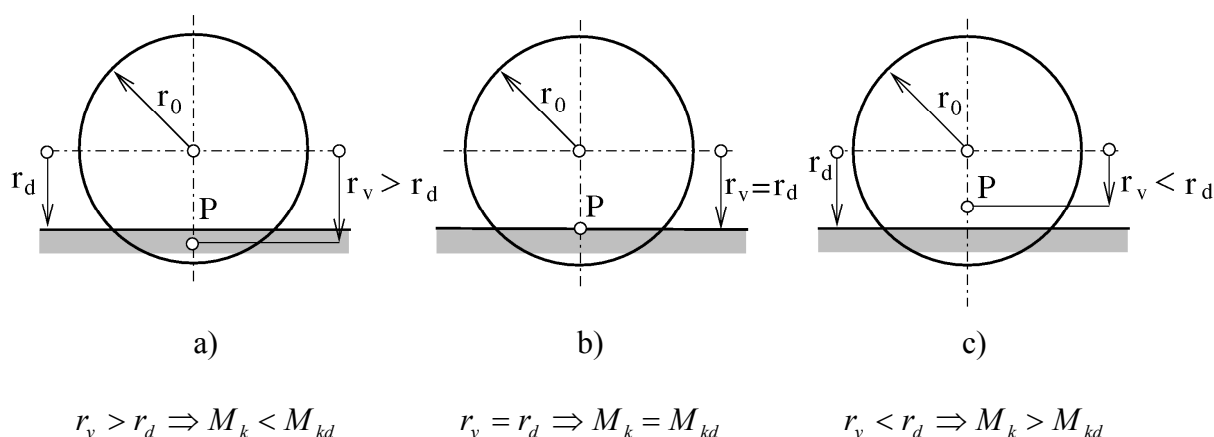


Obr. 6 Závislost r_v na kroutícím momentu M_k

Kroutící moment resp. jím vyvolaná tečná síla F_k , ovlivňuje charakter kontaktu pneumatiky s podložkou. V dotykovém bodě, který byl až doposud také pólem pohybu, dochází k obvodové pružné deformaci pneumatiky kombinované částečným skluzem

pneumatiky po podložce a v případě poddajné podložky rovněž k plastické deformaci podložky v obvodovém směru. Vliv skluzu je patrný ze závislosti valivého poloměru na kroutícím momentu, která je ukázána na obr. 6. U hnacího kola klesá při dosažení maximální hodnoty přenášeného krouticího momentu, $M_{k \max}$, hodnota valivého poloměru r_v k nule, $r_v \rightarrow 0$, neboť kolo se roztočí a jeho dopředná rychlost klesá k nule. Pól pohybu se přemísťuje do středu kola a dojde k **prokluzu**, nebo též jinak řečeno, k **hnacímu skluzu** kola. U brzdícího kola je při dosažení **obvodového smyku**, nebo též **brzdného skluzu**, hodnota přenášeného momentu minimální, $M_{k \min}$ a valivý poloměr dosáhne nekonečně velké hodnoty, $r_v \rightarrow \infty$ neboť kolo se přestane otáčet a začne se jenom posouvat. Na obr. 6 je vyznačen dynamický poloměr r_d a jemu příslušná hodnota krouticího momentu M_{kd} a dále volný poloměr r_o s odpovídající hodnotou krouticího momentu M_{ko} . Hodnota r_{vo} označuje poloměr valení, kdy krouticí moment $M_k=0$ a dopředná síla F_ζ působící ve středu kola, vyvolá obvodovou sílu F_x , která je právě rovna síle valivého odporu, $F_x = O_f$.

Vzájemná souvislost zavedených poloměrů je dobře patrná na obr. 7, kde jsou uvedeny tři základní případy valení kola konstantní rychlostí po tuhé podložce s vyznačenými póly pohybu. V případě *a* leží pól pohybu pod rovinou podložky. V případě *b* leží pól právě v rovině podložky a v případě *c*,



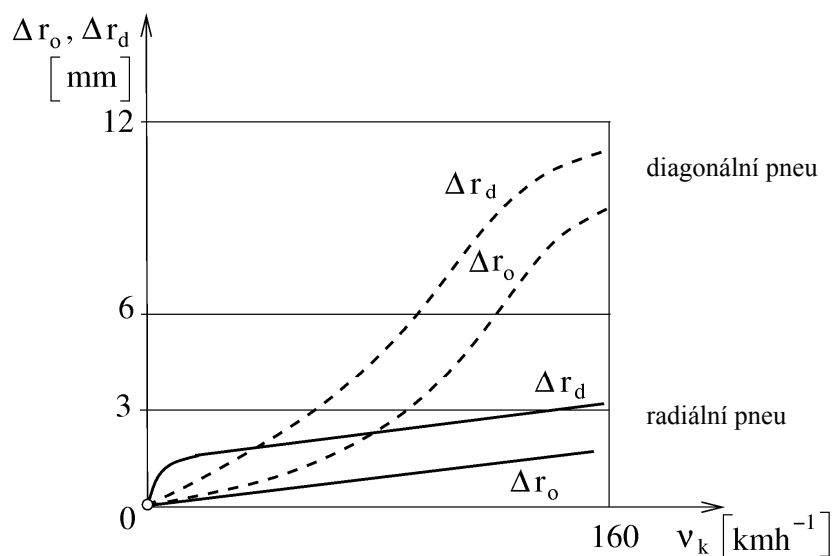
Obr. 7 Vzájemná souvislost poloměrů r_o, r_v, r_d

který odpovídá větší hodnotě krouticího momentu M_k potřebného k udržení konstantní rychlosti, leží pól *P* nad rovinou podložky.

Dalším faktorem, který ovlivňuje velikost poloměru kola, je rychlost. Závislost změny volného poloměru r_o a dynamického poloměru r_d na rychlosti kola v_k je ukázána na obr. 8. Abychom situaci zjednodušili a zabránili případným nedorozuměním a záměnám, zavedeme výpočtový poloměr r , se kterým budeme v dalším výkladu pracovat.

r ... výpočtový poloměr:

za výpočtový poloměr se volí poloměr vlečeného kola, tedy $r=r_{vo}$, který je závislý pouze na rychlosti. Na ostatních faktorech nezávisí.



Obr. 8 Závislost volného a dynamického poloměru na rychlosti

1.2.2 Základní případy valení kola

V základním kurzu mechaniky jsme se zabývali valením kružnice po přímce, při kterém mezi dopřednou rychlostí středu kola a jeho úhlovou rychlostí platil vztah $v=r\omega$, který představoval kinematickou podmínku valení. Ve skutečnosti je ale situace poněkud složitější. Základní případy, které mohou nastat při valení kola po tuhé podložce, jsou uvedeny na obr. 9.

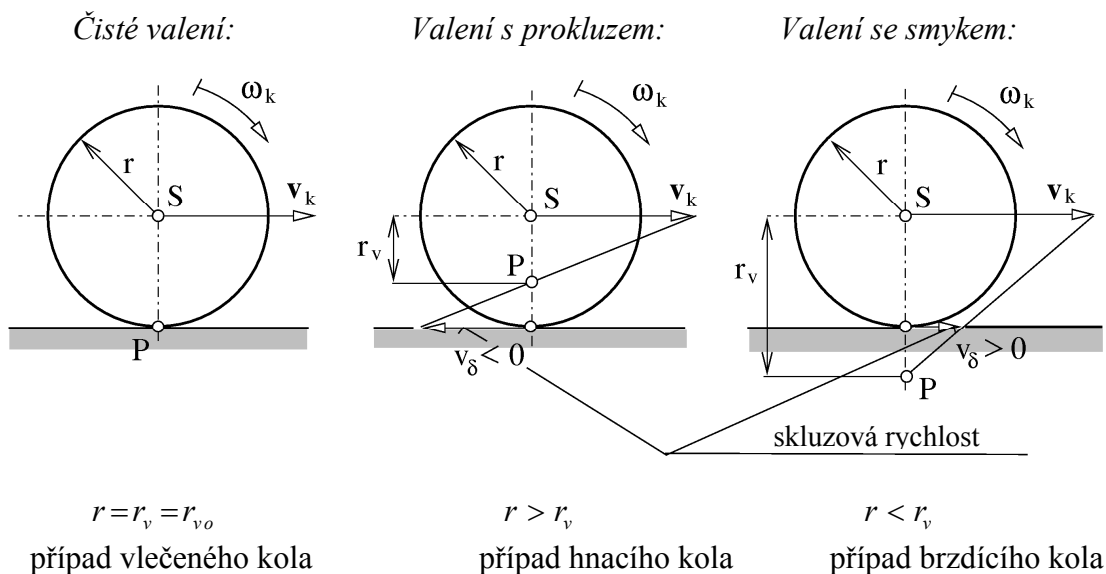
Čisté valení nastane pro $r=r_v$, kdy pól pohybu P leží v rovině podložky a dopředná rychlost kole je dána vztahem

$$v_k = r \omega_k . \quad (1)$$

Valení s prokluzem nastane pro případ $r > r_v$, kdy pól pohybu leží nad rovinou podložky a jeho vzdálenost od středu kola S je r_v . Důsledkem je, že v místě dotyku kola s podložkou vzniká skluz a proto dopředná rychlost kola je snížena o skluzovou rychlost v_δ a její velikost je

$$v_k = r \omega_k - |v_\delta| = r_v \omega_k . \quad (2)$$

Pro případ, že $r_v = 0 \Rightarrow P \equiv S$, bude $v_k = 0$ a nastane **čistý prokluz**, kdy kolo, rotující úhlovou rychlostí ω_k , bude mít nulovou dopřednou rychlost. K valení s prokluzem dochází u hnacího kola.



Obr. 9 Základní případy valení kola

Valení se smykem nastane v případě, že $r < r_v$, kdy pól pohybu P leží pod rovinou podložky a jeho vzdálenost od středu kola S je r_v . Podobně jako v předcházejícím případě, vzniká v místě dotyku kola s podložkou skluz, který způsobuje, že dopředná rychlost kole je zvýšena o hodnotu skluzové rychlosti $v_r > 0$ a její velikost je

$$v_k = r \omega_k + v_\delta = r_v \omega_k . \quad (3)$$

V případě, že $r_v \rightarrow \infty \Rightarrow P \rightarrow \infty$ valivý pohyb kola se změní na pohyb posuvný. Potom nastane **čistý skluz**, kdy kolo se posouvá dopřednou rychlostí $v = v_\delta$ a úhlová rychlost kola $\omega_k = 0$.

Příčinami vzniku prokluzu, případně skluzu, jsou obvodová poddajnost pneumatiky, skluz v dotykové plošce a případně deformace podložky. Pojem valení, který byl zaveden v základním kurzu mechaniky a týkal se čistého valení, jsme nyní rozšířili o valení s prokluzem. Tento jev můžeme vyjádřit pomocí následujících dvou veličin.

Měrný skluz je bezrozměrná veličina definovaná vztahem

$$\delta = \frac{s_o - s}{s_o} = \frac{v_o - v}{v_o} = \frac{\varphi_k - \varphi_{ko}}{\varphi_{ko}} = \frac{\omega_k - \omega_{ko}}{\omega_{ko}} , \quad (4)$$

kde $\delta \in \langle 0, \pm 1 \rangle$. Veličiny s indexem „o“ přísluší pohybu bez skluzu. Pokud je $\delta < 0$, hovoříme o měrném skluzu, nebo také o smyku a označujeme $\delta = \delta_b$. Pokud je $\delta > 0$, označujeme $\delta = \delta_h$ a jedná se o měrný prokluz hnacího kola. Pro $\delta = 0$ nastává čisté valení, kdy v dotykovém bodu nedochází ke skluzu a pro $\delta = 1$ nastává čistý skluz, respektive prokluz.

Skluzová účinnost kola je definována vztahem

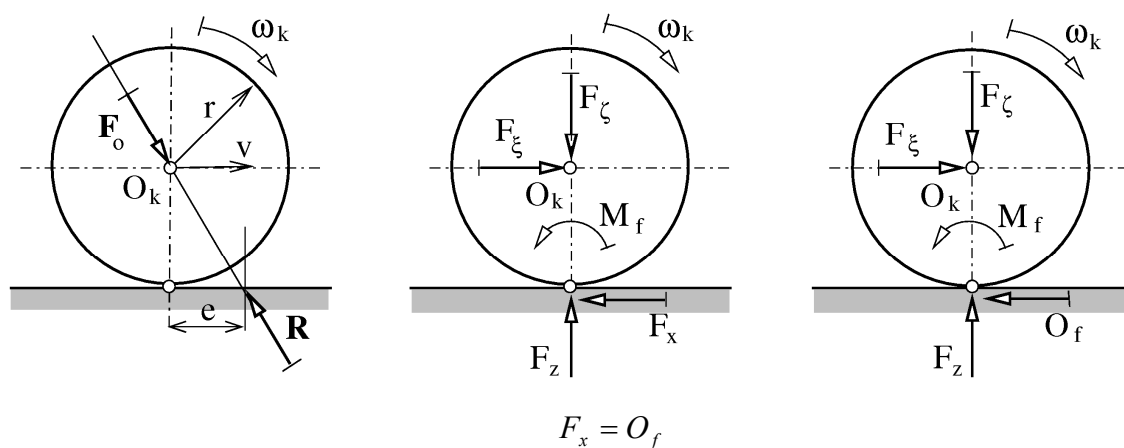
$$\eta^{\pm 1} = \frac{v}{v_o} , \quad (5)$$

kde kladný exponent platí pro hnací kolo a záporný pro kolo brzdící.

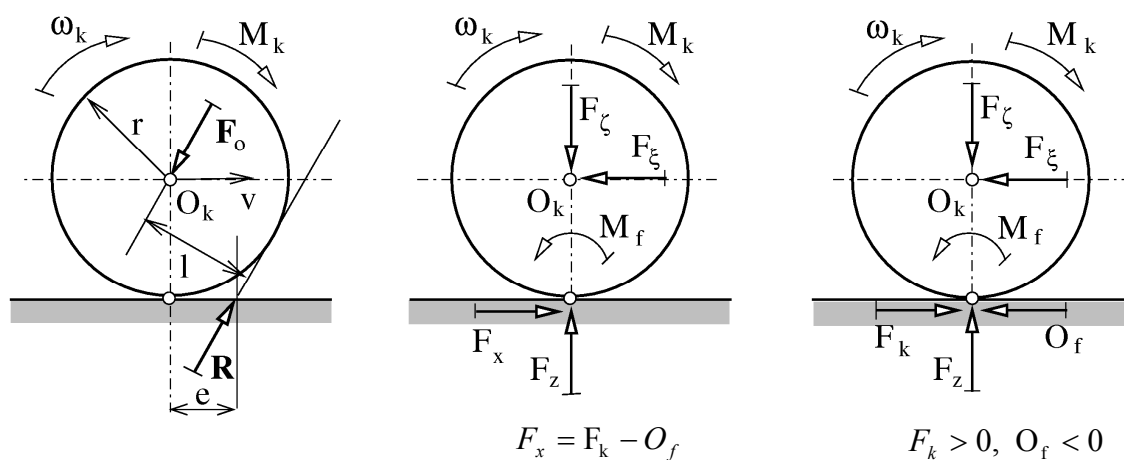
1.3 Silové poměry při rovnoměrném valení kola

Při zkoumání silových poměrů na kole, které se valí rovnoměrně, $\omega_k = konst.$, $v_k = konst.$, budeme předpokládat, že tíhová síla kola je buď nulová, nebo že je zahrnuta do vnější síly F_o působící na kolo z vozidla. Dále nebudeme uvažovat čepové tření, takže síla F_o bude procházet středem kola O_k . Situace pro tři základní pohybové stavy kola je ukázána obr. 10, kde jsou znázorněny silové poměry u vlečeného kola, hnacího kola a kola brzdícího. Na obrázcích na levé straně jsou nakresleny výsledné působící silové účinky a reakce a na prostředních a pravých obrázcích jsou ukázány možné náhrady akčních a reakčních sil pomocí jejich složek. Akční síla F_o je nahrazena složkami F_ξ, F_ζ , reakce R je nahrazena složkami F_x, F_z a momentem $M_f = F_z e$, kde e je rameno valivého odporu. Poněkud nezvyklé označení složek reakce R , porovnejte obr. 10 a 3, je vyvoláno tradičním značením těchto sil v oboru silničních i železničních vozidel, které budeme respektovat.

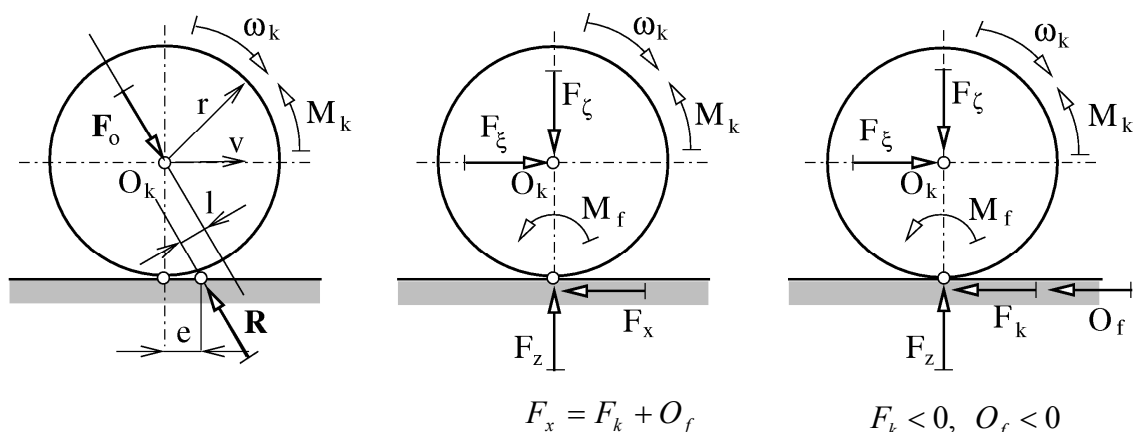
Vlečené kolo:



Hnací kolo:



Brzdící kolo:



Obr. 10 Silové poměry při rovnoměrném valení kola

Síla O_f reprezentuje odpor valení, F_ξ je dopředná hnací, případně brzdící, síla a $F_k = M_k / r$ je teoretická tečná síla příslušná krouticímu momentu M_k , která ale není rovna tečné reakci F_x , neboť platí vztah

$$F_x = F_k \pm O_f, \quad (6)$$

kde O_f je odpor valení. Při řešení silových poměrů na kole píšeme tři podmínky rovnováhy tak, jak bylo ukázáno v základním kurzu mechaniky při řešení rovnováhy tělesa, tedy obvykle dvě rovnice složkové a jednu rovnici momentovou. Uvedeme pro přehlednost ještě jednu souhrnně silové veličiny uvedené na obr. 10, neboť jsou pro porozumění sil působících na vozidlo při jeho pohybu, velmi důležité.

$$M_f = F_z e = O_f r$$

$$O_f = O_{fp} + O_{fi}$$

$$F_z$$

$$F_x = F_k \pm O_f$$

$$F_k = \frac{M_k}{r}$$

$$R$$

je moment odporu valení, kde e je rameno valivého odporu.

je odpor valení, je to myšlená síla vyjadřující ztráty, které vznikají při valení kola v důsledku deformace podložky a deformace pneumatiky. Pro hnací kolo je $O_f < 0$ a v našich úvahách budeme předpokládat, že O_f je nezávislá na krouticím momentu M_k . Odpor valení je způsoben zejména vnitřním třením při deformaci pneumatiky (hystereze), třením ve styku pneumatiky s vozovkou a přisáváním pneumatiky k podložce. Rozdělíme ho na dvě nejvýznamnější složky. O_{fp} je myšlená síla vyjadřující ztrátu tečné síly F_k vzniklou deformací podložky. Pro tuhou podložku je $O_{fp} = 0$. O_{fi} je myšlená síla vyjadřující hysterezní ztrátu tečné síly F_k vzniklou deformací pneumatiky. Tvoří až 90% odporu.

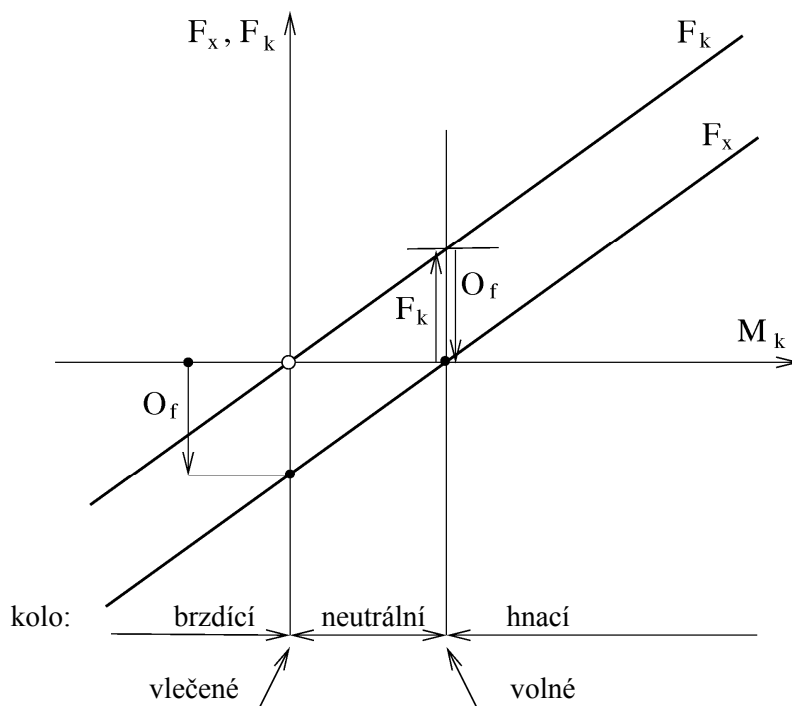
je radiální složka reakce R .

je tečná složka reakce R , je to síla posouvající kolo. Záporné raménko platí pro kolo hnací, kladné znaménko pro kolo brzdící.

je tečná hnací, případně brzdící, síla na obvodu kola.

je výsledná reakce vozovky.

Momenty M_k, M_f jsou momenty silových dvojic. Pro rovnovážný stav musí platit $M_k = F_o l = R_z e$, kde $R_z = F_z$. U vlečeného kola je $M_k = 0$. Vztah mezi obvodovou reakční silou F_x , odporem valení O_f a tečnou hnací, případně brzdící silou F_k je patrný ze závislosti $F_x, F_k = f(M_k)$, která je graficky znázorněna na obr. 11, ve kterém jsou dobře pozorovatelné silové poměry u jednotlivých základních pohybových stavů kola.



Obr. 11 Závislost obvodové reakce F_x , hnací (brzdící) síly F_k a odporu valení O_f na momentu M_k

Bezrozměrné silové parametry

Pro porovnání silových veličin pro různé typy pneumatik a různá zatížení je účelné zavést následující bezrozměrné parametry:

$$\text{součinitel obvodové síly} \quad \mu_x = \frac{F_x}{F_z},$$

$$\text{součinitel hnací síly} \quad \mu_k = \frac{F_k}{F_z},$$

$$\text{součinitel odporu valení} \quad f_v = \frac{O_f}{F_z}. \quad (7)$$

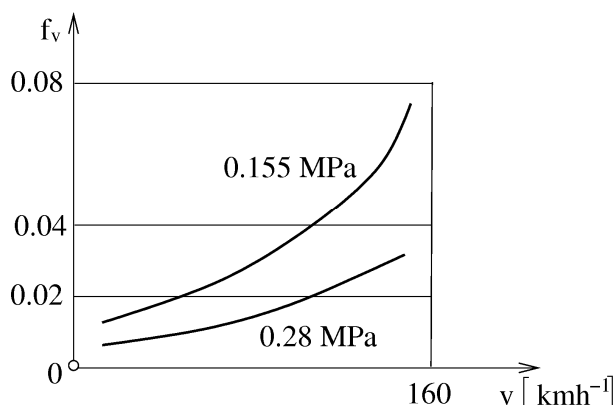
Potom můžeme obvodovou sílu F_x vyjádřit výrazem

$$\mu_x = \mu_k - f_v. \quad (8)$$

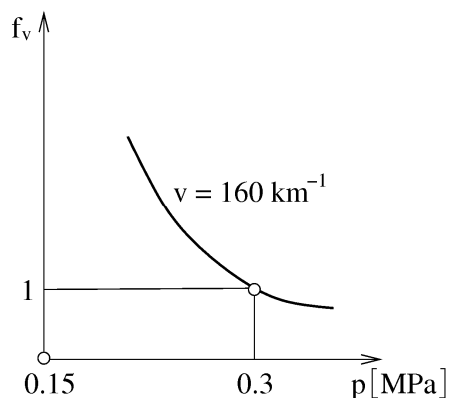
Hodnoty součinitele odporu valení f_v závisí na řadě vlivů, kterými jsou:

- tlak nahuštění,
- rychlost jízdy,
- teplota pneumatik,
- radiální zatížení.

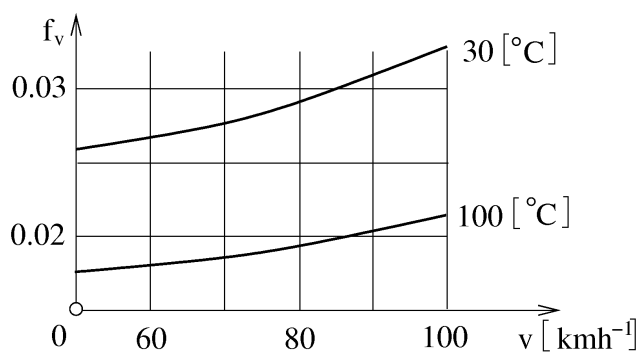
Největší význam mají první tři vlivy, které jsou znázorněny na obr. 13.



Závislost na rychlosti



Závislost na tlaku v pneumatice



Závislost na teplotě pneumatiky

Obr. 13 Závislost součinitele odporu valení na rychlosti, na nahuštění a na teplotě

Orientační hodnoty součinitele odporu valení f_v pro kvalitní živičnou nebo betonovou vozovku a pro tlak nahuštění $p=0,15 \div 0,2 \text{ MPa}$ jsou u osobních automobilů:

radiální pneumatika $0,012 \div 0,017$,

diagonální pneumatika $0,015 \div 0,02$.

Souhrnně můžeme říci, že hodnoty součinitele odporu valení se pohybují v mezích $f_v = 0,01$ (živičný povrch) až $0,3$ (blátivý povrch).

Závislost silových a kinematických parametrů

Závislosti valivého poloměru r_v na radiální síle F_z a na přenášeném kroutícím momentu M_k , nebo jím vyvolané síle F_k , byly již uvedeny na obr 5 a 6. Protože jsou tyto závislosti z hlediska kinematiky valení kola významné, podíváme se na ně podrobněji. Pro praktické použití se uvedené závislosti vyjadřují dvojím způsobem.

První způsob vyjádření

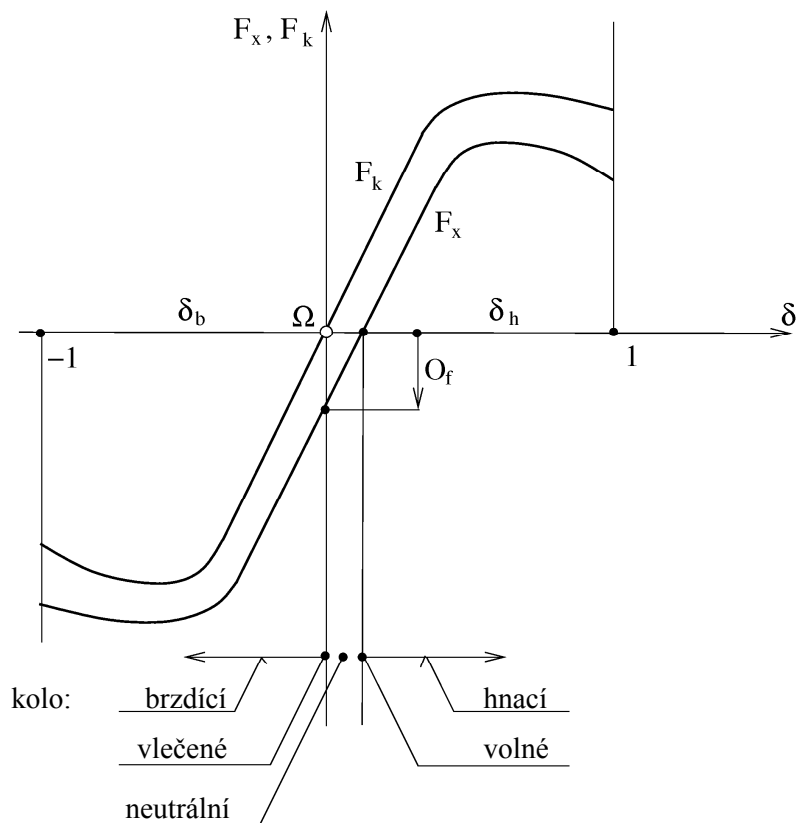
První vyjádření je dáno závislostí poloměru valení r_v na momentu M_k , případně na síle F_k , tedy závislostmi $r_v = r_v(M_k)$, případně $r_v = r_v(F_k)$, tak, jak je znázorněno na obr. 6. Pro zjednodušení výpočtů provedeme linearizaci této závislosti v celém rozsahu momentů $\langle M_{k \min}, M_{k \max} \rangle$ následujícím vztahem

$$r_v = r_{v0} - \lambda_M M_k = r_{v0} - \lambda_F F_k, \quad (9)$$

kde $\lambda_M [N^{-1}]$, $\lambda_F [N^{-1}m]$ jsou součinitelé změny valivého poloměru. Pro představu se součinitel λ_F pohybuje v rozmezí $\lambda_F \in \langle 0,001 \div 0,01 \rangle [kN^{-1}m]$ v závislosti na velikosti jmenovitého poloměru kola r_j a tvaru pneumatiky. Pro $r_j \uparrow \wedge H/B \downarrow \Rightarrow \lambda_F \downarrow$, kde H je výška a B je šířka profilu pneumatiky.

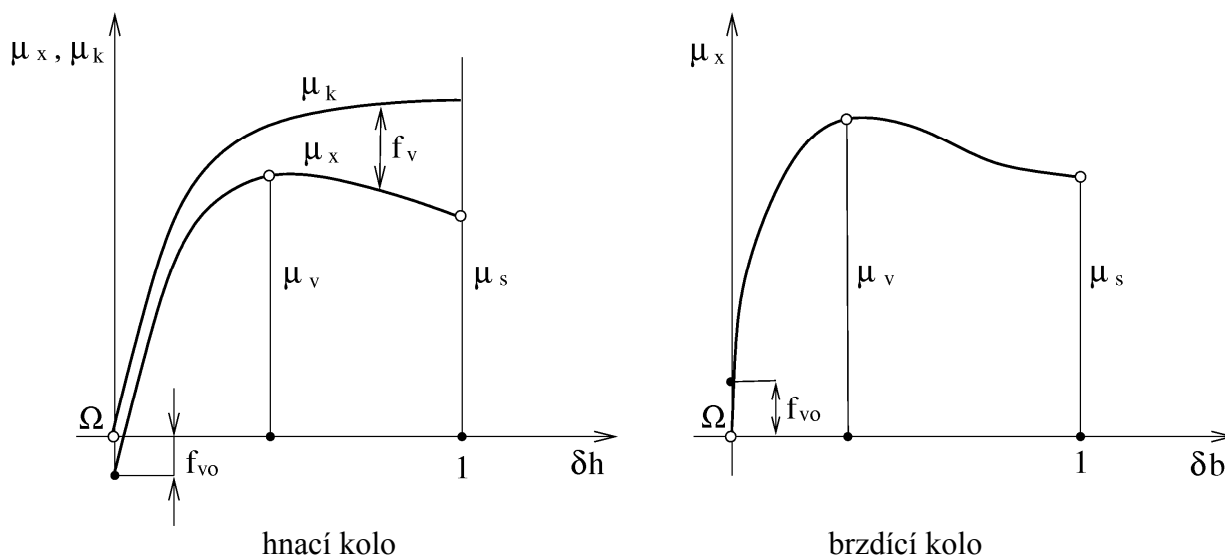
Druhý způsob vyjádření

Druhý způsob vyjádření provedeme pomocí závislosti měrného skluzu δ , viz rov. (4), na tečné síle F_k , nebo na tečné reakci F_x , které zapíšeme jako $F_k(\delta)$ nebo $F_x(\delta)$ a které jsou znázorněny na obr. 14. Na obrázku je uveden jak případ měrného prokluzu δ_h u hnacího kola,



Obr. 14 Závislost tečných sil F_k , F_x na měrném skluzu

tak i měrného smyku δ_b u kola brzdícího. Velmi často se ale místo silových veličin F_k , F_x používají bezrozměrní součinitele $\mu_k(\delta)$, $\mu_x(\delta)$ a potom závislosti $\mu_k(\delta)$, $\mu_x(\delta)$ nazýváme **skluzovými charakteristikami**, jejichž průběh je zachycen na obr. 15, kde na levé straně je situace pro hnací kolo a na pravé straně pro kolo brzdící. Součinitel odporu valení vlečeného kola je označen f_{vo} a součinitel odporu valení, rov. (8), je dán rozdílem hodnot μ_k a μ_x .



Obr. 15 Skluzové charakteristiky

Součinitel soudržnosti kola s podložkou

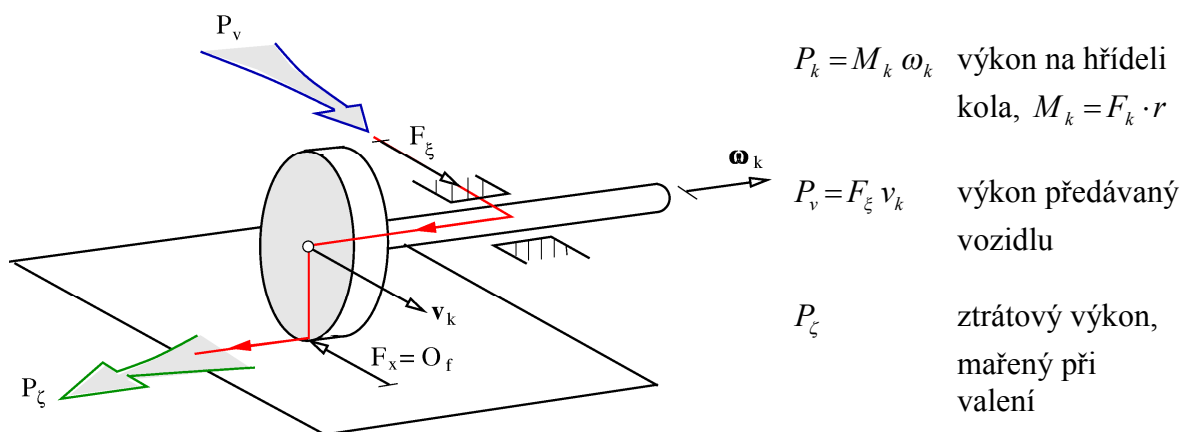
Hodnota součinitele obvodové síly μ_x , obr. 15, má velký význam, neboť určuje hnací či brzdící sílu, kterou je kolo schopné přenést na podložku. Nejdůležitější jsou dva body na této křivce, kterým přísluší veličiny μ_v a μ_s . Součinitel μ_v označujeme jako **součinitel soudržnosti valení**, který určuje maximální obvodovou sílu F_x , kterou je valící se kolo schopno přenést. Součinitel μ_s , nazývaný **součinitel soudržnosti skluzu** (nebo také pro hnací kolo **prokluzu** a pro kolo brzdící **smyku**), určuje maximální tečnou sílu F_x , kterou kolo přeneše při čistém skluzu, kdy $\delta=1$. V běžném životě označujeme hodnotu μ_v jako součinitel přilnavosti, nebo jako **součinitel adheze**. Hodnota μ_s je označována jako **součinitel tření**. Z hlediska pohybu automobilu po vozovce se jedná o veličiny mimořádné důležitosti a proto se k nim ještě vrátíme. Pro orientaci si zapamatujte, že součinitel adheze, neboli součinitel soudržnosti valení, se na živé vozovce pohybuje v rozmezí 0,1 (vlhký led) ÷ 1,0 (suchá drsná živice). Poměr μ_v/μ_s je velmi důležitým parametrem při návrhu protismykových zařízení brzd. Hodnoty μ_v a μ_s se mohou při stejné rychlosti u různých druhů suchých vozovek značně lišit (až o 50%). Reálný povrch vozovky má rozdílné vlastnosti v místech stoupání, klesání a zatáčení, kde dochází k vyhlazení povrchu.

1.4 Pohybové stavy kola, tok výkonů

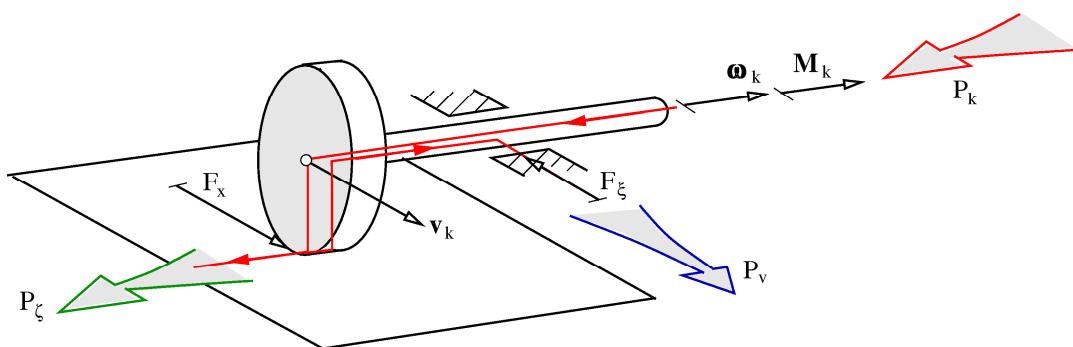
Podle velikosti a smyslu sil F_k , F_x , O_f působících v bodě dotyku kola s vozovkou, které jsou uvedeny na obr. 10, rozeznáváme pět pohybových stavů vozidlového kola, o kterých

jsme se již zmínili na obr. 11. Nyní se k této problematice ještě jednou vrátíme a hlouběji ji probereme. Situace je souhrnně znázorněna na obr. 16, kde je uvedeno všech pět pohybových stavů valícího se kola se zakreslenými toky výkonů, které přes kolo procházejí. Ukážeme si jednotlivé stavy s tím, že $P_k = M_k \omega_k \wedge M_k = F_k r$ je výkon na hřídeli kola, $P_v = F_\xi v_k$ je výkon předávaný z kola na vozidlo, nebo z vozidla na kolo, přes uložení kola a P_ζ je ztrátový výkon mařený při valení kola.

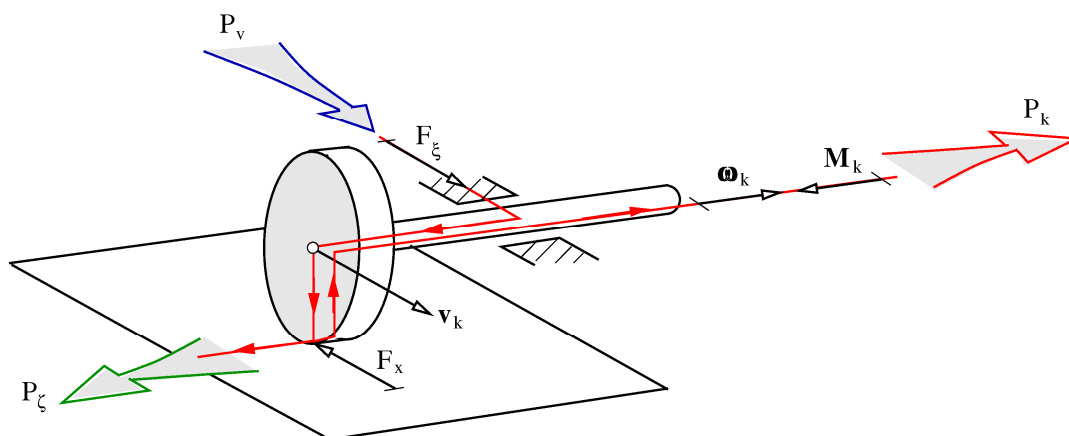
Vlečené kolo:



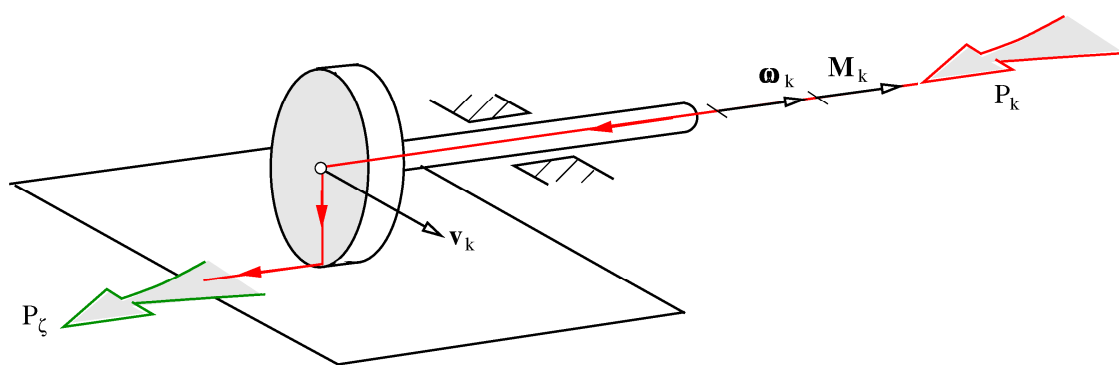
Hnací kolo:



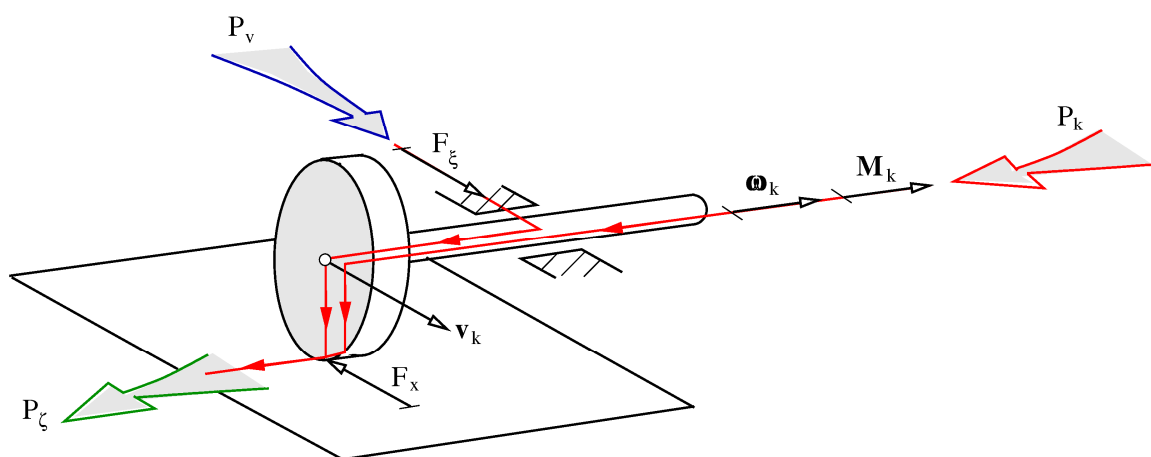
Brzdící kolo:



Volné kolo:



Neutrální kolo:



Obr. 16 Tok výkonů při valení kola po podložce

Vlečené kolo: valení kola je uskutečňováno silou F_{ξ} působící na osu kola. Platí vztahy $M_k = 0$, $F_k = 0$, $F_x = O_f$.

Hnací kolo: valení kola je uskutečňováno silou F_x vyvolanou momentem M_k . Platí vztahy $M_k > 0$, $F_k > |O_f|$, $F_x > 0$.

Brzdící kolo: valení kola je uskutečňováno silou $F_{\xi} = F_k + O_f$ působící z vozidla na osu kola. Platí vztahy $M_k < 0$, $F_k < O_f$, $F_x < 0$.

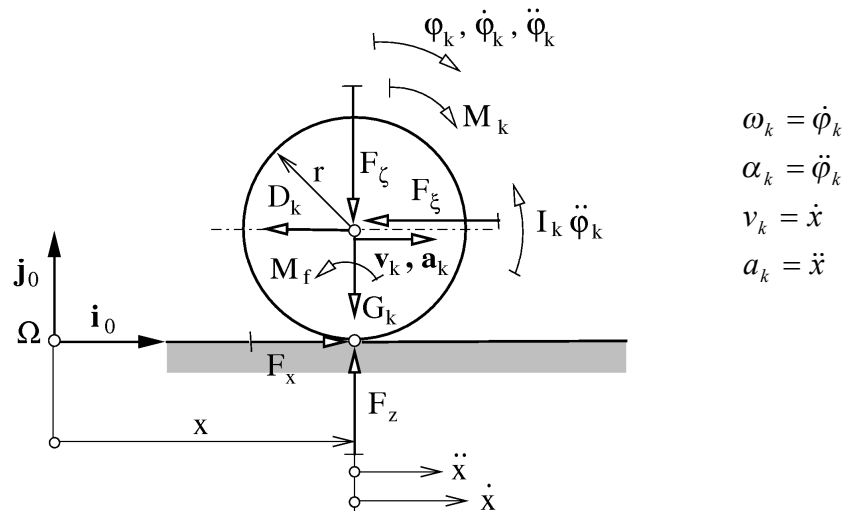
Volné kolo: valení kola je uskutečňováno silou F_k , vozidlu se nepředává žádná síla. Platí vztahy $M_k > 0$, $F_k = O_f$, $F_x = 0$.

Neutrální kolo: valení kola je uskutečňováno silou F_k i silou F_{ξ} působící na osu kola. Platí vztahy $M_k > 0$, $F_k < |O_f|$, $F_k + F_{\xi} = O_f$, $F_x < 0$.

Největší význam mají první tři případy.

1.5 Silové poměry při nerovnoměrném valení kola

U nerovnoměrného pohybu kola, $\omega_k \neq \text{konst.}$, musíme při řešení silových poměrů uvažovat hmotu kola. Stejně jako u pohybu rovnoměrného, neuvažujeme čepové tření. Situace u hnacího kola, které se pohybuje s dopřednou rychlostí $v_k = \dot{x}$ a s dopředným zrychlením $a_k = \ddot{x}$ je znázorněna na obr. 17, kde $D_k = m_k a_k$ a $I_k \alpha_k$, $\alpha_k = \ddot{\varphi}_k$, jsou setrvačné účinky kola, jehož hmotu je m_k a setrvačný moment je I_k . Síla přenášená z kola na vozidlo je F_ζ a F_x je obvodová síla, která představuje, viz obr. 10, vodorovnou složku reakce v bodě dotyku. $G_k = m_k g$ je tíhová síla kola.



Obr. 17 Silové poměry u nerovnoměrného valení kola

Z podmínek rovnováhy

$$F_\zeta + G_k - F_z = 0,$$

$$F_x - F_\xi - m_k \ddot{x} = 0,$$

$$M_k - F_x r - I_k \ddot{\varphi}_k - M_f = 0, \quad (10)$$

kde $F_x = F_k - O_f$ a $M_f = O_f r$, nebudeme pro další řešení uvažovat první rovnici, která představuje statickou podmínku rovnováhy ve svislém směru. Ze zbývajících dvou podmínek dynamické rovnováhy, za předpokladu, že platí kinematická podmínka valení $x = r \varphi_k$, můžeme psát

$$F_x = \frac{M_k}{r} - I_k \ddot{\varphi}_k - M_f = F_\xi + m_k \ddot{x}. \quad (11)$$

S využitím podmínky valení dostaneme pro tažnou sílu F_ξ výraz

$$F_\xi = \frac{M_k}{r} - O_f - I_k \frac{\ddot{x}}{r^2} - m_k \ddot{x} \quad \wedge \quad \ddot{x} = \ddot{\varphi}_k r, \quad (12)$$

který upravíme na konečný tvar

$$F_{\xi} = \frac{M_k}{r} - O_f - \left(m_k + \frac{I_k}{r^2} \right) \ddot{x} . \quad (13)$$

Poslední výraz na pravé straně představuje redukovanou setrvačnou sílu, o kterou se zmenšuje síla F_{ξ} přenášená na vozidlo oproti ustálenému pohybu.